PROGETTO DI "Sistemi di Comunicazione"
SULLA STIMA DELLA LUNGHEZZA DI CANALE

ELABORATO DI "Fondamenti di Elaborazione Numerica dei Segnali"

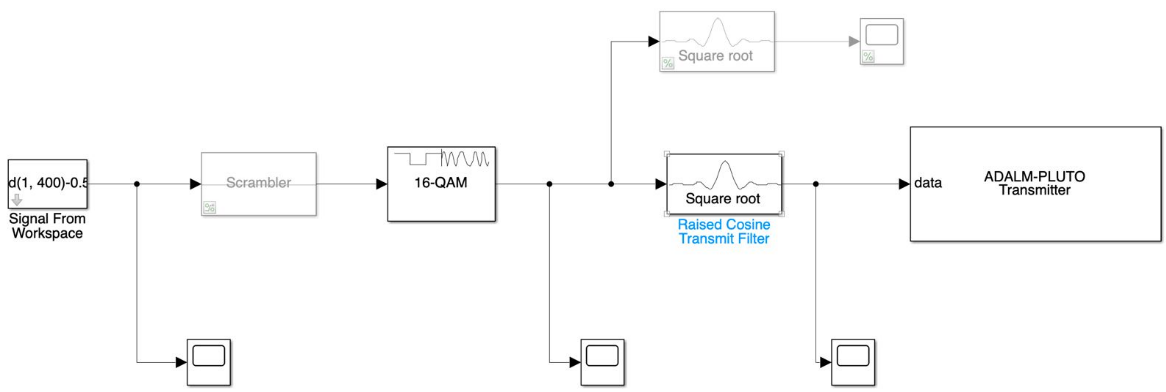
Studenti:
- ***Giorgio Messina***
- ***Riccardo Musso***
- ***Alex Tulip***
- ***Samuele Vignolo***

1) Introduzione
2) Filtri FIR
3) Filtro usato nel progetto e filtri a coseno rialzato
4) Caratteristiche del filtro usato nel progetto

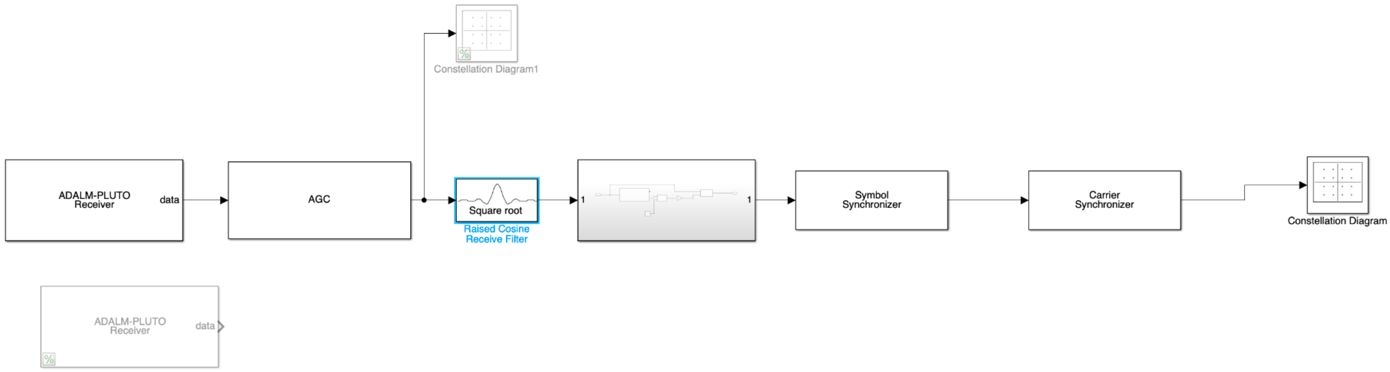
1) INTRODUZIONE

L'obiettivo del progetto è studiare l'attenuazione del canale di un sistema di comunicazione radio, dovuta alla presenza di ostacoli e alle non idealità del mezzo (etere) in situazioni indoor e outdoor, e stimare la distanza tra trasmettitore e ricevitore.
Nell'implementazione vengono utilizzati due dispositivi SDR (Software Defined Radio) ADALM-Pluto, configurati opportunamente come TX e RX attraverso due script MATLAB e schemi a blocchi realizzati con il plugin Simulink.
Nelle immagini seguenti sono riportati i diagrammi corrispondenti rispettivamente al blocco di trasmissione e di ricezione.

Filtro di trasmissione



Filtro di ricezione



2) FILTRI FIR

I filtri FIR (Finite Impulse Response) si definiscono come filtri digitali aventi una risposta all'impulso discreto (delta di Kronecker) di durata nel tempo (o lunghezza in campioni) finita, cioè si annulla in tempo finito. Di conseguenza, la sua funzione di trasferimento (rapporto uscita/ingresso nel dominio della trasformata Z) non presenta poli, ma soli zeri.

In formule, definendo $x[n]$ il segnale in ingresso ad un generico sistema LTI e $y[n]$ il segnale in uscita, si ha che

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[n-k] \cdot h[k]$$

dove $h[n]$ è una funzione a tempo discreto caratteristica del sistema LTI e viene detta risposta impulsiva. Nel caso di sistemi FIR, la risposta all'impulso è una combinazione lineare degli ingressi al tempo corrente e ai tempi precedenti, ovvero

$$y[n] = h_0 x[n] + h_1 x[n-1] + \cdots + h_N x[n-N] = \sum_{i=0}^{N} h_i x[n-i]$$

In alcune applicazioni dei filtri FIR digitali, ed in particolare in questo progetto, dev'essere garantita la linearità della risposta in frequenza di fase, in modo tale da non avere distorsioni di fase del segnale elaborato. Tali specifiche caratterizzano i filtri FIR a fase lineare che verranno descritti nel paragrafo seguente.

2.1) FILTRI FIR A FASE LINEARE

La linearità di fase è una proprietà dei filtri con risposta in frequenza di fase lineare non considerando sovrapposizioni per angoli di ±π. In un sistema causale la perfetta linearità di fase è realizzabile solamente tramite filtri FIR.
Poiché i filtri a fase lineare hanno un ritardo di gruppo (derivata della fase rispetto alla pulsazione) costante, tutte le componenti di frequenza hanno un uguale ritardo nel tempo, dunque non vi è distorsione dovuta alla risposta in frequenza.
La condizione necessaria e sufficiente perché un filtro FIR sia a fase lineare è data da una particolare simmetria, che può variare dal tipo 1 al tipo 4, della risposta all'impulso.

La **condizione di tipo 1 e 2** è data da una risposta impulsiva simmetrica in senso proprio, cioè

$$h[n] = h[N-1-n] = \mathrm{h[D\text{-}n]}$$

Di conseguenza, la risposta in frequenza (per N dispari e N pari) è nella forma

$$H(F) = \begin{cases} e^{-j2\pi F\frac{N-1}{2}} \left\{ h\left[\frac{N-1}{2}\right] + \sum_{n=0}^{\frac{N-3}{2}} 2h[n]\cos\left[2\pi F\left(n-\frac{N-1}{2}\right)\right] \right\} & N \text{ dispari} \\ e^{-j2\pi F\frac{N-1}{2}} \left\{ \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} 2h[n]\cos\left[2\pi F\left(n-\frac{N-1}{2}\right)\right] \right\} & N \text{ pari} \end{cases}$$

La fase vale $\varphi(F) = -2\pi F\frac{N-1}{2}$

Per N dispari, l'uscita (ritardata) è generata negli istanti di campionamento dell'ingresso.
Per N pari, l'uscita (ritardata) è generata in istanti di campionamento traslati di T/2 rispetto all'ingresso.

La **condizione di tipo 3 e 4** è data da una risposta impulsiva antisimmetrica, cioè

$$h[n] = -h[N-1-n]$$

Di conseguenza, la risposta in frequenza (per N dispari e N pari) è nella forma

$$H(F) = \begin{cases} -je^{-j2\pi F\frac{N-1}{2}} \left\{ \sum_{n=0}^{\frac{N-3}{2}} 2h[n]sen\left[2\pi F\left(n-\frac{N-1}{2}\right)\right] \right\} & N \text{ dispari} \\ -je^{-j2\pi F\frac{N-1}{2}} \left\{ \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} 2h[n]sen\left[2\pi F\left(n-\frac{N-1}{2}\right)\right] \right\} & N \text{ pari} \end{cases}$$

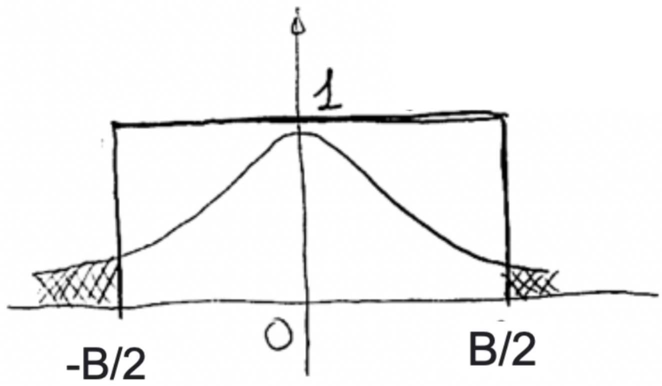
La fase vale $\varphi(F) = \left(-\frac{\pi}{2}\right) + \left(-2\pi F\frac{N-1}{2}\right)$

Come nella condizione 1 e 2, il ritardo è pari a (N-1)/2, e in più è introdotta una rotazione di fase ±π/2 per ogni componente spettrale.

3) FILTRO USATO NEL PROGETTO E FILTRI A COSENO RIALZATO

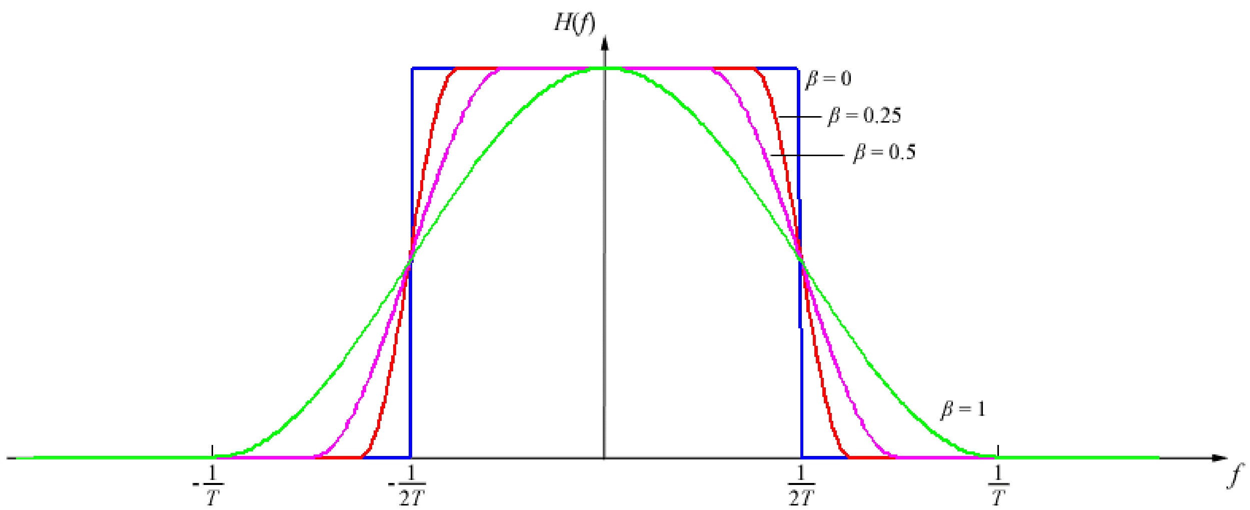
Al fine di prevenire l'effetto di interferenza intersimbolica (ISI) dovuta alla limitazione in banda del canale di comunicazione, è generalmente utile scegliere come filtro formatore (o di trasmissione) uno del tipo a coseno rialzato.
Dal momento che il nostro progetto è stato interamente realizzato attraverso MATLAB, che notoriamente elabora le informazioni nel dominio discreto, il filtro di trasmissione è stato implementato come filtro FIR a fase lineare.

Considerando un generico canale di trasmissione limitato in banda (B), lo si può modellizzare come un canale passa basso, ovvero costituito da una H(f) rettangolare centrata in zero.



Come rappresentato nel disegno, un segnale a banda non limitata viene inevitabilmente distorto, dato che vengono rimosse le armoniche superiori a B/2. Nell'ambito di un sistema di comunicazione, tale distorsione si manifesta sotto forma di interferenza intersimbolica (ISI).

Un semplice rimedio a tale effetto consiste nell'utilizzo di un filtro di trasmissione con banda inferiore a quella del canale, che però deve soddisfare un'ulteriore condizione data dal criterio di Nyquist, qui non trattata per brevità. Un filtro che rientra in questa categoria è il filtro passa basso ideale, non realizzabile fisicamente, dato che la sua risposta all'impulso è un seno cardinale. Una nota classe di filtri con tale proprietà, ma di maggiore rilevanza pratica, è costituita dai filtri a radice di coseno rialzato, chiamati così perché la forma del grafico del quadrato della risposta in frequenza ha un raccordo di forma sinusoidale dipendente da un certo parametro, detto di roll-off che assume valori compresi fra 0 e 1. Nei casi particolari con roll-off 0 e 1 si ottiene, rispettivamente, un filtro passa basso ideale e un filtro a radice di coseno rialzato, ovvero con risposta in frequenza data dalla radice della traslazione sulle ordinate della funzione coseno. Il filtro di ricezione adattato deve essere identico a quello di trasmissione in modo tale che la cascata dei due restituisca una risposta in frequenza a coseno rialzato (soddisfacendo così il criterio di Nyquist per non avere ISI).



Filtro a coseno rialzato

4) CARATTERISTICHE DEL FILTRO DEL PROGETTO

Come già accennato, il filtro di trasmissione (a radice di coseno rialzato) utilizzato nel progetto è stato implementato in MATLAB come filtro FIR a fase lineare. E' stato utilizzato lo strumento *filterDesigner* scegliendo come parametro di roll-off il valore ottenuto dall'analisi dei requisiti del sistema di comunicazione che qui omettiamo per semplicità.

Teoricamente, è possibile ottenere uno spettro esattamente rettangolare o a coseno rialzato, in base al roll-off scelto, solo con una risposta impulsiva infinita. Nel nostro caso, dovendocisi limitare ad un numero di campioni finito, è stato scelto 80 come ordine del filtro FIR, perché rappresenta il giusto compromesso tra complessità computazionale e accuratezza del grafico della risposta in frequenza di ampiezza, che in generale si avvicina alla risposta del modello teorico aumentando il numero di campioni. Detto questo, aumentando il roll-off (nel progetto pari a 0.5), è possibile raggiungere un margine accettabile di somiglianza alla risposta in frequenza teorica con un minor numero di campioni rispetto a roll-off vicini allo zero.

La risposta all'impulso presenta una simmetria di tipo 1.

Visto che il filtro di ricezione deve essere adattato a quello di trasmissione, in termini pratici questo vuol dire, in presenza di un canale ideale, che la risposta in frequenza del filtro di ricezione Hr(f) corrisponde a quella del filtro di trasmissione Ht(f) complessa coniugata, ovvero che il modulo è esattamente lo stesso. Questo significa che |Hr(f)| = |Ht(f)| = sqrt(|H(f)|). Il filtro a radice di coseno rialzato è usato in entrambi gli estremi del sistema di comunicazione. Dunque, avendo stessa risposta in frequenza sia in trasmissione che in ricezione, cioè quella considerata da noi ai fini del progetto (radice di coseno rialzato), e quindi in cascata (convoluzione nel dominio del tempo) tra di loro, le richieste di filtro adattato e di ISI nulla sono soddisfatte.

In effetti, avere stesso modulo delle due risposte significa imporre la presenza di un canale ideale, cioè con modulo della sua risposta unitario |Hc(f)| = 1.

Questo perché, per determinare Ht e Hr in modo da non avere ISI, si devono rispettare le seguenti condizioni:

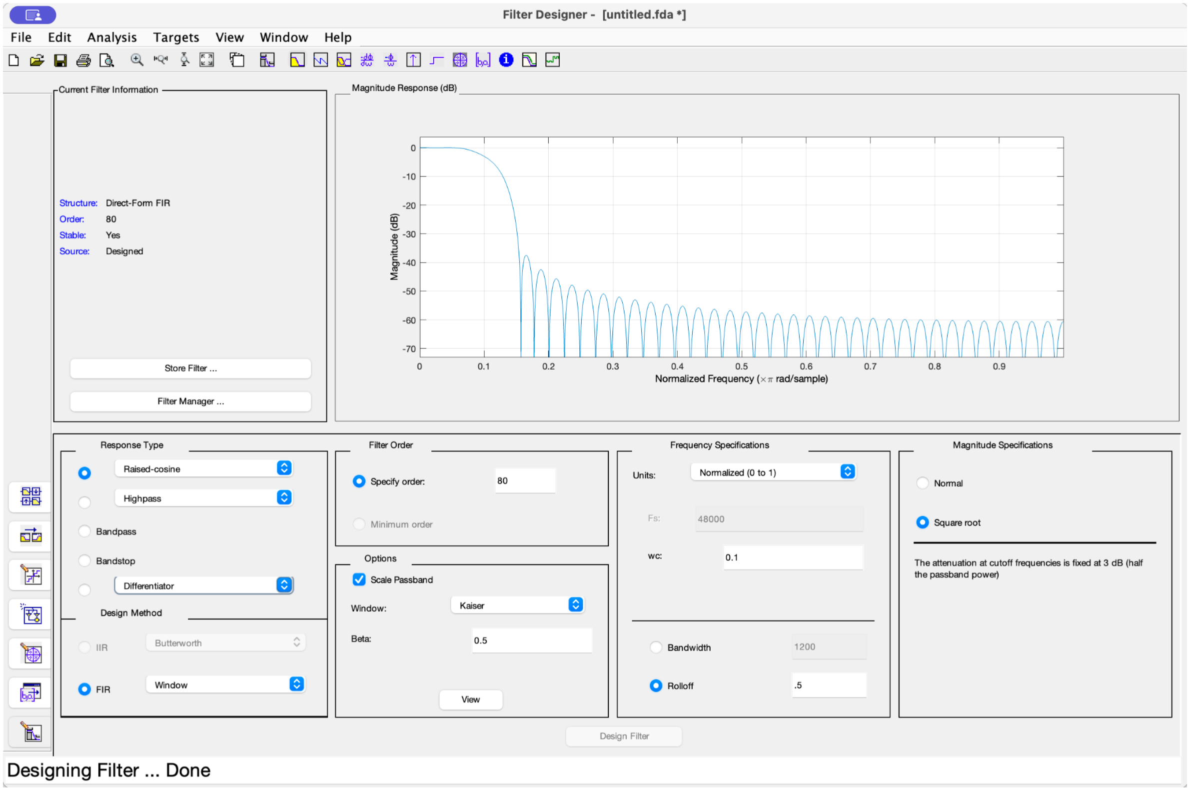
a) $Ht(f) \cdot Hc(f) \cdot Hr(f) = H_{nyquist}(f)$
b) $Hr(f) = Ht(f)^* \cdot Hc(f)^* = G(f)^*$ (cioè coniugata della forma d'onda trasmessa)

Si ottiene quindi:

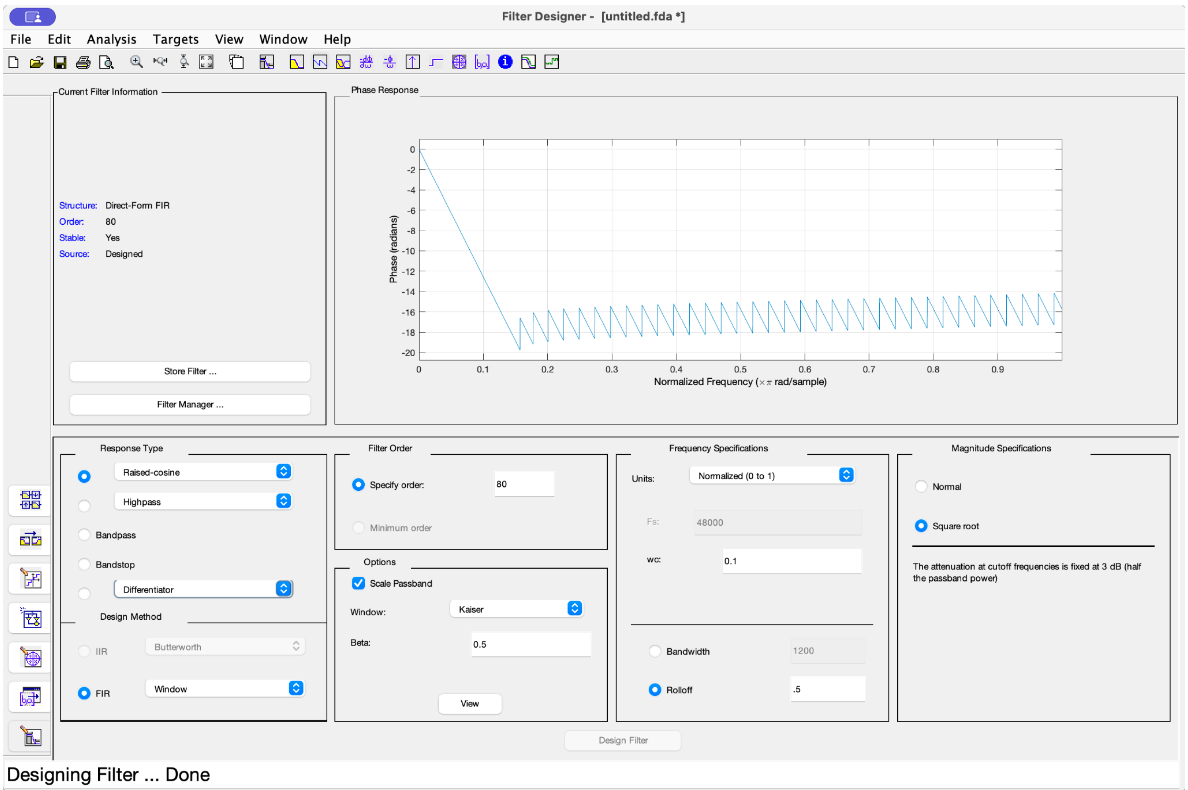
- $|Ht(f)| = |H_{radicenyquist}(f)| / |Hc(f)|$
- $|Hr(f)| = |H_{radicenyquist}(f)|$

Per poter uguagliare le due risposte, è necessario che |Hc(f)| = 1 nella banda di frequenze di interesse, quindi appunto il canale deve essere passa-basso ideale. Avere canale ideale vuol dire che, al ricevitore, non vi è alcuna distorsione nelle frequenze dovuta a un ipotetico canale attivo.

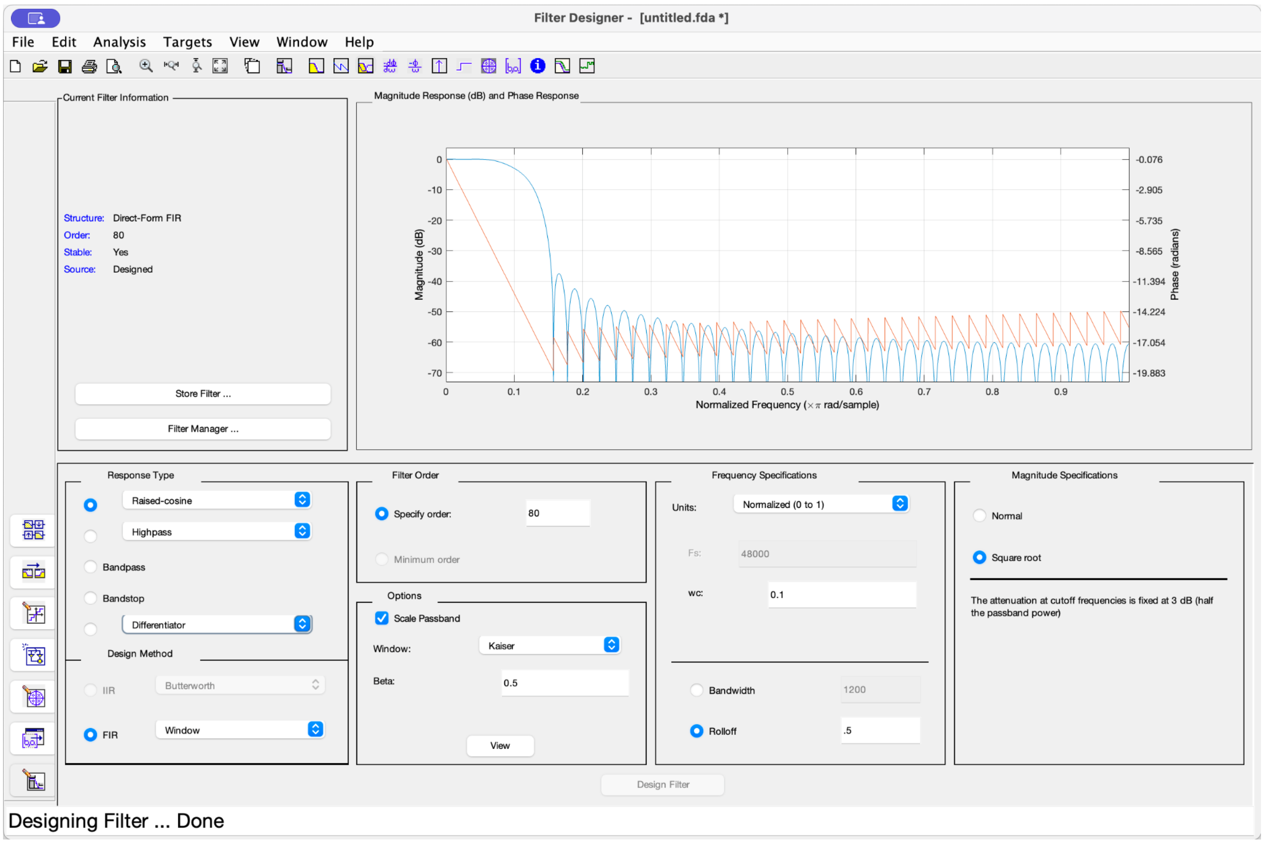
Risposta in frequenza del modulo:



Risposta in frequenza della fase:



Modulo e fase della risposta in frequenza:



Risposta all’impulso: